SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BÌNH ĐỊNH

Đề chính thức

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2019-2020

Môn thi chuyên: TOÁN (CHUYÊN TOÁN)
Ngày thi: 06 / 6 / 2019
Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian phát đề)

Bài 1 *(2,0 điểm).*

1. Rút gọn biểu thức: $A=\dfrac{\sqrt{2}\left(3+\sqrt{5}\right)}{2\sqrt{2}+\sqrt{3+\sqrt{5}}}+\dfrac{\sqrt{2}\left(3-\sqrt{5}\right)}{2\sqrt{2}-\sqrt{3-\sqrt{5}}}$.

2. Gọi n số $x_1,x_2,\dots,x_n$ $(n\in\mathbb{Z},n\ge 3)$ thỏa mãn: mỗi số x_i $(i=\overline{1,n})$ bằng 2019 hoặc -2019 và

$$x_1.x_2+x_2.x_3+\cdots+x_{n-1}.x_n+x_n.x_1=0.$$

Chứng minh rằng n là một bội của 4.

Bài 2 *(1,0 điểm).*

Tại mỗi đỉnh của đa giác đều 2020 cạnh ta đánh một số bất kì trong các số tự nhiên từ 1 đến 1009. Chứng minh rằng tồn tại 4 đỉnh của đa giác đã cho (kí hiệu là A, B, C, D với các số được đánh tương ứng là a,b,c,d) sao cho ABCD là hình chữ nhật và $a+b=c+d$.

Bài 3 *(2,0 điểm).*

1. Giải phương trình sau: $3\sqrt{8x^2+3}-8x=6\sqrt{2x^2-2x+1}-1$.

2. Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases}x^2+xy+y^2=13\\ x^4+x^2y^2+y^4=91.\end{cases}$

Bài 4. *(4,0 điểm).*

1. Cho đường tròn tâm O bán kính R và đường tròn tâm I bán kính r $(r<R)$ tiếp xúc trong tại A. Đường thẳng nối hai tâm cắt đường tròn tâm I tại B và đường tròn tâm O tại C. Đường trung trực của đoạn thẳng BC cắt đường tròn O tại M, N và cắt BC tại P. Nối AM cắt đường tròn tâm I tại E.

a) Chứng minh tứ giác MEBP nội tiếp và $\widehat{AMO}=\widehat{NMC}$

b) Chứng minh N, B, E thẳng hàng và $IP=R$, $OP=r$.

c) Chứng tỏ PE là tiếp tuyến của đường tròn tâm I.

2. Cho tam giác ABC. Các điểm D,E,F theo thứ tự thuộc các cạnh BC,CA,AB sao cho tứ giác $AFDE$ nội tiếp. Chứng minh rằng $\dfrac{S_{DEF}}{S_{ABC}}\le\dfrac{EF^2}{4AD^2}$. Trong đó S_{DEF}, S_{ABC} lần lượt là diện tích các tam giác DEF và ABC.

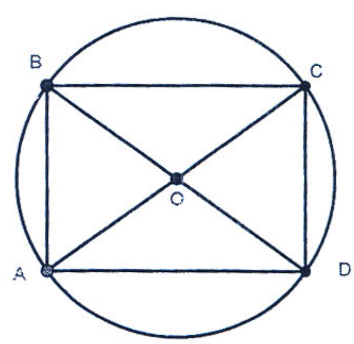
Bài 5 *(1,0 điểm).*

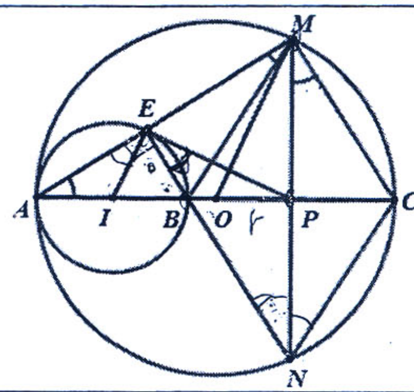
Cho x,y,z là các số dương thỏa mãn: $xy+yz+xz-xyz=0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức sau:

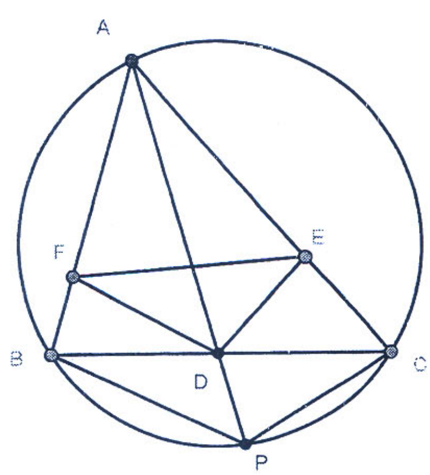
$$P=\frac{x^2}{y+z}+\frac{y^2}{z+x}+\frac{z^2}{x+y}.$$

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO **BÌNH ĐỊNH**	KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT **NĂM HỌC 2019-2020**

HƯỚNG DẪN CHẤM (Đề chính thức)
Môn thi chuyên: TOÁN (CHUYÊN TOÁN)
(gồm có 04 trang)

Bài/ Câu	Nội dung chính	Điểm
Bài 1 1 1	$A=\dfrac{2(3+\sqrt{5})}{4+\sqrt{6+2\sqrt{5}}}+\dfrac{2(3-\sqrt{5})}{4-\sqrt{6-2\sqrt{5}}}$	0,25
	$=2\left[\dfrac{3+\sqrt{5}}{4+\sqrt{(\sqrt{5}+1)^2}}+\dfrac{3-\sqrt{5}}{4-\sqrt{(\sqrt{5}-1)^2}}\right]=2\left(\dfrac{3+\sqrt{5}}{5+\sqrt{5}}+\dfrac{3-\sqrt{5}}{5-\sqrt{5}}\right)$	0,25
	$=2\left[\dfrac{(3+\sqrt{5})(5-\sqrt{5})+(3-\sqrt{5})(5+\sqrt{5})}{(5+\sqrt{5})(5-\sqrt{5})}\right]=2\left(\dfrac{15-3\sqrt{5}+5\sqrt{5}-5+15+3\sqrt{5}-5\sqrt{5}-5}{25-5}\right)$	0,25
	$=2.\dfrac{20}{20}=2$. Vậy A = 2.	(0,5) 0,25
2 1	Đặt $y_i=\dfrac{x_i}{2019}$ $(i=\overline{1,n})$. Khi đó mỗi số y_i $(i=\overline{1,n})$ bằng 1 hoặc bằng -1 và $y_1.y_2+y_2.y_3+\cdots+y_{n-1}.y_n+y_n.y_1=0$.	0,25
	Đặt $A_1=y_1.y_2,\ A_2=y_2.y_3,\ldots,A_{n-1}=y_{n-1}.y_n,\ A_n=y_n.y_1$. Mỗi số A_i $(i=\overline{1,n})$ bằng 1 hoặc bằng -1 và $A_1+A_2+\cdots+A_{n-1}+A_n=0$. Do đó nếu có p số A_i bằng 1 thì phải có p số A_i bằng -1. Suy ra $n=2p$.	0,25 0,25
	$\begin{cases}A_1.A_2\ldots.A_{n-1}.A_n=(y_1.y_2\ldots y_{n-1}.y_n)^2=1\\ A_1.A_2\ldots.A_{n-1}.A_n=(-1)^p\end{cases}$ Suy ra p chẵn và $n=2p$ là một bội số của 4.	~~0,25~~ 0,25
Bài 2 1	Vì đa giác đều đã cho có 2020 cạnh nội tiếp trong đường tròn nên có đúng 1010 đường kính tạo bởi 1010 cặp đỉnh đối xứng với nhau qua tâm đường tròn. Xét một đường kính tùy ý trong số đó và giả sử a,b là hai số được gán cho hai đầu của đường kính đó. Khi đó ta xét số $t_{a,b}=\|a-b\|$. 	0,25
	Do $1\le a,b\le 1009$ nên $0\le \|a-b\|\le 1008$ và mỗi đường kính trong 1010 đường kính đã cho tương ứng với một trong 1009 số $0,1,2,\ldots,1008$.	0,25
	Theo nguyên lí Dirichlet, tồn tại hai đường kính có cùng số $t_{a,b}$, giả sử là AC, BD. Không mất tính tổng quát, giả sử các số đánh trên các đỉnh này lần lượt là a,c,b,d và theo cách xác định ở trên thì $\|a-c\|=\|b-d\|$ hay $a-c=\pm(b-d)$.	0,25
	Nếu $a-c=b-d$ thì $a+d=b+c$, thỏa mãn đề bài. Nếu $a-c=d-b$ thì $a+b=c+d$ cũng thỏa mãn đề bài. Các điểm A,B,C,D đã nêu này chính là đỉnh của các hình chữ nhật. Vậy ta có điều phải chứng minh.	0,25

Bài/ Câu	Nội dung chính	Điểm
Bài 3 1	ĐK: $x \in \mathbb{R}$. Phương trình tương đương $3\left(\sqrt{8x^2+3}-2\sqrt{2x^2-2x+1}\right)=8x-1$ $\Leftrightarrow 3(8x-1)=(8x-1)\left(\sqrt{8x^2+3}+2\sqrt{2x^2-2x+1}\right)$	0,25
1	$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} 8x-1=0 & (1) \\ \sqrt{8x^2+3}+2\sqrt{2x^2-2x+1}=3 & (2) \end{array}\right.$	0,25
	Giải (1): (1) $\Leftrightarrow x=\frac{1}{8}$. Giải (2): $VT_{(2)}=\sqrt{8x^2+3}+2\sqrt{\left(\sqrt{2}x-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2+\frac{1}{2}} \geq \sqrt{3}+\sqrt{2}>3$. (2) vô nghiệm. Vậy phương trình có nghiệm $x=\frac{1}{8}$.	0,25 ~~0,5~~ 0,25
2	Hệ phương trình tương đương $\begin{cases} x^2+xy+y^2=13 \\ (x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2)=91. \end{cases}$	0,25
1	$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2+xy+y^2=13 \\ x^2-xy+y^2=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+y^2=10 \\ xy=3 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} (x+y)^2=16 \\ xy=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=4 \\ xy=3 \end{cases}$ (I) $\vee \begin{cases} x+y=-4 \\ xy=3 \end{cases}$ (II)	0,25
	* Giải hệ (I), ta được nghiệm $(x;y):(1;3),(3;1)$. * Giải hệ (II), ta được nghiệm $(x;y):(-1;-3),(-3;-1)$. Vậy hệ phương trình đã cho có 4 nghiệm $(x;y)$: $(1;3),(3;1)$, $(-1;-3),(-3;-1)$.	0,25
Bài 4 1	***Hình vẽ***  · C/H MN, AM, E	0,5
1a 0,5	a) Viết được: $\widehat{BEM}+\widehat{BPM}=180^0 \Rightarrow$ EBPM nội tiếp trong đường tròn đường kính BM. + Viết được: $\widehat{AMC}=90^0$ (Vì AC là đường kính đường tròn (O)) Còn có: $MP \perp AC \Rightarrow \widehat{MAC}=\widehat{NMC}$ (góc có cạnh tương ứng vuông góc) Mặt khác: $\widehat{MAC}=\widehat{AMO}$ (vì ΔAOC cân tại O) Suy được: $\widehat{NMC}=\widehat{AMO}$	0,25 ~~0,5~~ 0,25
1b	Viết được: $\begin{cases} PM=PN \\ PB=PC \\ MN \perp BC \end{cases} \Rightarrow$ (MBNC là hình thoi) $\Rightarrow BN//MC$ (*)	0,25

Bài/ Câu	Nội dung chính	Điểm
	+ Viết được: $\begin{cases} BE \perp AM \\ CM \perp AM \end{cases} \Rightarrow BE // MC$ (**) + Từ (*) và (**) kết luận: N, B, E thẳng hàng.	0,25
1	+ Viết được: $IP = IB + BP = \frac{AB}{2} + \frac{BC}{2} = \frac{AB+BC}{2} = \frac{2R}{2} = R$ + Viết được: $OP = OC - PC = \frac{AC}{2} - \frac{BC}{2} = \frac{AC-BC}{2} = \frac{AB}{2} = \frac{2r}{2} = r$	0,25 ~~0,5~~ 0,25
1c	+ Viết được:Trong ΔMEN vuông tại E, có $PE = PN = \frac{1}{2}MN \Rightarrow \Delta EPN$ cân tại P $\Rightarrow \widehat{PEN} = \widehat{PNE}$ (1)	0,5đ
1	+ Trong ΔPNB vuông tại P có $\widehat{PNE} + \widehat{PBN} = \widehat{PNE} + \widehat{ABE} = 90^0$ (2) ΔIEB cân tại I $\Rightarrow \widehat{IEB} = \widehat{ABE}$ (3) + Từ (1), (2) và (3) $\Rightarrow \widehat{PEN} + \widehat{IEB} = 90^0 \Rightarrow IE \perp PE$. Kết luận: PE là tiếp tuyến của đường tròn tâm I.	0,5đ
2 1	 Kéo dài AD cắt đường tròn ngoại tiếp ΔABC tại điểm thứ hai là P. Khi đó các tứ giác $AFDE$ và $ABPC$ đều nội tiếp nên $\widehat{DEF} = \widehat{DAF} = \widehat{PCB}$ và $\widehat{DFE} = \widehat{DAE} = \widehat{PBC}$. Suy ra $\Delta DEF \sim \Delta PCB$. Từ đó $\frac{S_{DEF}}{S_{PCB}} = \frac{EF^2}{BC^2}$. Mặt khác $\frac{S_{PCB}}{S_{ABC}} = \frac{PD}{AD}$ nên $\frac{S_{DEF}}{S_{ABC}} = \frac{EF^2}{BC^2} . \frac{PD}{AD}$. Theo bất đẳng thức Cô-si $\frac{1}{BC^2} = \frac{1}{(BD+CD)^2} \le \frac{1}{4BD.CD}$. Ta lại có $\Delta ABD \sim \Delta CPD$ nên $\frac{AD}{CD} = \frac{BD}{PD} \Leftrightarrow AD.PD = BD.CD$. Do đó $\frac{1}{BC^2} \le \frac{1}{4AD.PD}$, suy ra $\frac{S_{DEF}}{S_{ABC}} \le \frac{EF^2}{4AD^2}$. Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi D là trung điểm BC.	0,25 0,25 0,25 0,25
Bài 5	* Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho hai số dương $\frac{x^2}{y+z}, \frac{y+z}{4}$ ta có: $\frac{x^2}{y+z} + \frac{y+z}{4} \ge 2\sqrt{\frac{x^2}{y+z} . \frac{y+z}{4}} = x$ (1)	

Bài/ Câu	Nội dung chính	Điểm
	Tương tự: $$\frac{y^2}{z+x}+\frac{z+x}{4}\ge y \quad (2),\ \frac{z^2}{x+y}+\frac{x+y}{4}\ge z \quad (3)$$	0,25
	* Cộng (1), (2), (3) vế theo vế: $P+\frac{x+y+z}{2}\ge x+y+z \Leftrightarrow P\ge \frac{x+y+z}{2}$.	0,25
	$xy+yz+xz-xyz=0 \Leftrightarrow \frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=1 \Rightarrow x+y+z\ge \frac{9}{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}}=9.$ Do đó: $P\ge \frac{9}{2}$.	0,25
	Đẳng thức xảy ra khi $x=y=z=3$. Giá trị nhỏ nhất của P: $\min P=\frac{9}{2}$.	0,25
